INSPECTORATUL ŞCOLAR AL JUDEŢULUI SĂLAJ
Loc. Zalău, str. Unirii, nr. 2,
Tel: 0260-661391, Fax.: 0260-619190
E-mail: isjsalaj@isj.sj.edu.ro

SOCIETATEA DE ŞTIINŢE MATEMATICE – FILIALA SĂLAJ

OLIMPIADA NAŢIONALĂ DE MATEMATICĂ

Etapa locală – 11 februarie 2012

Clasa a IX-a

1). Számítsd ki az $S=\sum_{k=1}^{n}\frac{4k}{4k^4+1}$ összeget majd igazold a kapott azonosságot a matematikai indukció módszerével .

2). Ha M az ABCD paralelogrammaszembenfekvőoldalainakfelezőpontjaitösszekötőszakaszokmetszéspontja, mutasdki, hogybármely O ponteseténaz ABCD paralelogrammasíkjából, teljesülazalábbi összefüggés:
$\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}=4\cdot\overrightarrow{OM}$

3). a) Mutasd ki, hogy: $[x]+\left[x+\frac{1}{2}\right]=[2x],\ \forall x\in\Re$

b)Számítsdkiazalábbiösszeget:
$\left[\frac{n+1}{2}\right]+\left[\frac{n+2}{4}\right]+\left[\frac{n+4}{8}\right]+\ldots+\left[\frac{n+1024}{2048}\right],\ ahol\ \ n\in\mathbf{N}$.

4). Legyen a,b,c>0 úgy, hogy ab+bc+ca=1.

Igazold, hogy:

$$\frac{1}{a+b}+\frac{1}{b+c}+\frac{1}{c+a}\geq\sqrt{3}+\frac{ab}{a+b}+\frac{bc}{b+c}+\frac{ca}{c+a}.$$

MEGJEGYZÉS:
Minden feladat kötelező.
Minden feladat 7 pontot ér.Munkaidő: 3 óra